# 成増塾公開講座　( 数学 II )　講義資料

## §1．不等式の証明

$\boxed{\text{問題 1}}$　$n$ を自然数とし, $c_1, c_2, \cdots\cdots, c_n$ を正の実数とする.
このとき, 次の不等式が成り立つことを示せ. (お茶大 2008)

$$(c_1 + c_2 + \cdots\cdots + c_n)\left(\frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \cdots\cdots + \frac{1}{c_n}\right) \geqq n^2$$

《有名公式》 **コーシー・シュワルツの不等式**

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geqq (ax + by)^2$$

$$(a^2 + b^2 + c^2)(x^2 + y^2 + z^2) \geqq (ax + by + cz)^2$$

一般に, $\boxed{(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2) \geqq (a_1b_1 + a_2b_2 + \cdots + a_nb_n)^2}$

( 等号は $\dfrac{a_1}{b_1} = \dfrac{a_2}{b_2} = \cdots\cdots = \dfrac{a_n}{b_n}$ のとき成り立つ )

《参考問題》 $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ のとき $x + 2y + 3z$ の最大値, 最小値と
そのときの $x,\ y,\ z$ の値を求めよ.

## §2．複素数

$\boxed{\text{問題 2}}$　多項式 $(x^{100} + 1)^{100} + (x^2 + 1)^{100} + 1$ は多項式 $x^2 + x + 1$ で
割り切れるか. (京都大 2003)

《Point 1》 整式 $A$ を整式 $B$ で割ったときの商を $Q$, 余りを $R$ とすると

$\boxed{A = BQ + R}$　　$\underline{(\ R\ \text{の次数}\ ) < (\ B\ \text{の次数}\ )}$

《Point 2》 1 の 3 乗根のうち, 虚数であるものの 1 つを $\omega$ とするとき

$\boxed{\omega^3 = 1, \quad \omega^2 + \omega + 1 = 0}$

《Point 3》 $a,\ b$ を実数, $z$ を虚数とするとき

$\boxed{az + b = 0 \iff a = b = 0}$